

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1 Семестр

Раздел 1 Пределы. Непрерывность

1.1 Контрольная работа (к.р) - 8 Неделя

I. Найти пределы последовательностей:

1. $x_n = \ln(3n^2 + 2n - 5) - \ln(n^2 - 5n + 4);$

2. $x_n = \frac{n \sin(7n)}{n\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}.$

II. Найти пределы функций:

1. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \cos(2x) \operatorname{ctg}(4x);$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2}{x^2 - 3} \right)^{2x^2 + 1}.$

III. Найти главный член вида Cx^p при $x \rightarrow \infty$ для функции

$$f(x) = \frac{3}{x^2} - \frac{\sin x}{x^3}$$

Методика выставления оценки:

Вид оценочного средства	Критерии	Оценка в баллах	Минимальный балл – максимальный балл
Контрольная работа № 1	решено (90-100) % заданий из контрольной работы	23-25	15 – 25
	решено (70-90) % заданий из контрольной работы	18-22	
	решено (60-70) % заданий из контрольной работы	15-17	
	решено (0-60) % заданий из контрольной работы	0 - 14	0 – 14

Раздел 2 Производные и их приложения

2.1 Контрольная работа (к.р) - 16 Неделя

I. Найти производные первого порядка функций:

а) $y = (1+x)^{1/x}$,

б) $y = 7(\operatorname{arctg}(2x))^3 + \cos 3 - \log_2 \sqrt{\operatorname{tg}^3(5x)} + \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$.

II. Найти y'_x и y''_{xx} , если $\begin{cases} x = a \cos^2 t \\ y = a \sin^2 t \end{cases}$

III. Вычислить предел, используя правило Лопиталя или формулу Тейлора

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{e^{x^3} - 1}$$

IV. Построить график функции

$$y = \frac{x^3 - x^2 - 6x}{x^2 - 3x + 2}$$

Методика выставления оценки:

Вид оценочного средства	Критерии	Оценка в баллах	Минимальный балл – максимальный балл
Контрольная работа № 2	решено (90-100) % заданий из контрольной работы	23-25	15 – 25
	решено (70-90) % заданий из контрольной работы	18-22	
	решено (60-70) % заданий из контрольной работы	15-17	
	решено (0-60) % заданий из контрольной работы	0 - 14	0 – 14

2 Семестр

Раздел 1 Часть 1

1.1 Контрольная работа (к.р) - 8 Неделя

Вычислить:

1. $\int \frac{dx}{x^3 + 1};$

2. $\int_1^{\infty} \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx;$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = |\ln x|, y = 0, x = 1/e, x = e$

4. Исследовать на сходимость

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^2 + 1}}$$

Методика выставления оценки:

Вид оценочного средства	Критерии	Оценка в баллах	Минимальный балл – максимальный балл
Контрольная работа № 1	решено (90-100) % заданий из контрольной работы	23-25	15 – 25
	решено (70-90) % заданий из контрольной работы	18-22	
	решено (60-70) % заданий из контрольной работы	15-17	
	решено (0-60) % заданий из контрольной работы	0 - 14	0 – 14

Раздел 2 Часть 2

2.1 Контрольная работа (к.р) - 15 Неделя

1. Найти $dF, d^2F, \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$, если $F = f\left(\frac{x^2 - y^2}{2}, yx\right)$.
2. Найти производную функции $u = \cos(x^2 - y + z)$ в т. $M_0 = (x_0, y_0, z_0)$ по направлению $\text{grad} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, взятому в т. $A = (-2, 1, 0)$.
3. Разложить по формуле Тейлора с центром в т. $(2, 1)$ функцию $f = x^3 - 2y^3 + 3xy$.
4. Найти локальные экстремумы функции $f = (x^2 + y)\sqrt{e^y}$.

Методика выставления оценки:

Вид оценочного средства	Критерии	Оценка в баллах	Минимальный балл – максимальный балл
Контрольная работа № 2	решено (90-100) % заданий из контрольной работы	23-25	15 – 25
	решено (70-90) % заданий из контрольной работы	18-22	
	решено (60-70) % заданий из контрольной работы	15-17	
	решено (0-60) % заданий из контрольной работы	0 - 14	0 – 14

1 Семестр

Экзамен

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ I СЕМЕСТР

1. Арифметические действия с комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Извлечение корня из комплексного числа.
2. Понятие точной верхней (нижней) грани ограниченного сверху (снизу) множества чисел. Теорема об их существовании (без доказательства).
3. Предел числовой последовательности. Теоремы о единственности предела и ограниченности сходящейся последовательности.
4. Теорема о пределе суммы двух сходящихся последовательностей. Теорема о пределе модулей членов сходящейся последовательности.
5. Теорема о пределе произведения двух сходящихся последовательностей.
6. Теорема о пределе частного двух сходящихся последовательностей.
7. Бесконечно малая и бесконечно большая последовательности. Их связь.
8. Теоремы о предельном переходе в двухчленных неравенствах. Теорема о пределе промежуточной последовательности.
9. Теорема о стягивающихся отрезках.
10. Теорема о пределе ограниченной и монотонной последовательности.
11. Число “e” как предел последовательности.
12. Подпоследовательности. Теорема Больцано - Вейерштрасса.
13. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.
14. Два определения предела функции в точке и их эквивалентность.
15. Единственность предела функции в точке. Локальная ограниченность функции, имеющей конечный предел. Локальное сохранение знака функцией, имеющей ненулевой предел.
16. Критерий Коши существования предела функции в точке.
17. Доказать:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$$

18. Доказать:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e.$$

19. Эквивалентность бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно малых функций по порядку малости. Главная часть. Необходимое и достаточное условие эквивалентности.
20. Непрерывность функции в точке и на множестве. Арифметические операции с непрерывными функциями. Непрерывность сложной функции.
21. Односторонние пределы. Непрерывность функции в точке слева и справа. Классификация точек разрыва функции.
22. Необходимое и достаточное условие непрерывности монотонной функции.
23. Достаточное условие существования обратной функции.
24. Теоремы о нулях и промежуточных значениях непрерывной на отрезке функции (теоремы Больцано - Коши).
25. Теорема об ограниченности функции, непрерывной на отрезке (первая теорема Вейерштрасса).
26. Теорема о достижении функцией, непрерывной на отрезке, своих точных граней (вторая теорема Вейерштрасса).

27. Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема Кантора о равномерной непрерывности функции, непрерывной на отрезке.
28. Понятие производной. Односторонние и бесконечные производные. Непрерывность функции, имеющей производную. Производная сложной функции.
29. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
30. Производная обратной функции. Производная функции, заданной параметрически.
31. Производные высших порядков. Формула Лейбница.
32. Понятие дифференцируемости функции и первого дифференциала. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.
33. Геометрический смысл производной и дифференциала. Касательная и нормаль к графику.
34. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциалы высших порядков, не инвариантность их формы в общем случае.
35. Экстремумы функции. Необходимые условия экстремума (теорема Ферма).
36. Теорема Ролля.
37. Теорема Лагранжа о конечных приращениях. Различные формы записи формулы Лагранжа.
38. Теорема Коши о конечных приращениях.
39. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей вида $0/0$. Раскрытие неопределенностей других видов.
40. Формула Тейлора с остаточным членом общего вида.
41. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа, Коши, Пеано.
42. Формулы Тейлора - Маклорена для функций $e^x, \sin(x), \cos(x)$.
43. Формулы Тейлора - Маклорена для функций $\operatorname{sh}(x), \operatorname{ch}(x), \ln(1+x), (1+x)^\alpha$.
44. Достаточное условие экстремума функции: исследование на экстремум по знаку первой производной. Достаточное условие монотонности функции.
45. Достаточное условие экстремума функции: исследование на экстремум по знаку высших производных.
46. Выпуклость графика функции и точки перегиба. Достаточные условия выпуклости и существования точки перегиба
47. Кривизна плоской кривой и радиус кривизны. Их вычисление.

В экзаменационный билет включаются 2-3 вопроса из вышеприведенного списка экзаменационных вопросов, например,:

ПРИМЕРНЫЙ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Определение комплексных чисел. Арифметические действия с комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Извлечение корня из комплексного числа.
2. Достаточные условия существования и непрерывности обратной функции.
3. Теорема Коши о конечных приращениях.

Методика оценки результатов сдачи экзамена

Максимальная сумма баллов за экзамен – 50.

«ОТЛИЧНО» (45-50 баллов) - студент владеет знаниями предмета в соответствии с рабочей программой, достаточно глубоко осмысливает дисциплину; самостоятельно, в логической последовательности и исчерпывающе отвечает на вопрос, четко формулирует ответ и решает задачу в полном объеме.

«ХОРОШО» (35-44 баллов) - студент владеет знаниями дисциплины почти в полном объеме программы (имеются пробелы знаний только в некоторых, особенно сложных разделах); самостоятельно и отчасти при наводящих вопросах дает полноценный ответ на вопрос; не допускает серьезных ошибок при решении задачи.

«УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» (30-34 баллов) - студент владеет основным объемом знаний по дисциплине; проявляет затруднения в самостоятельных ответах, оперирует неточными формулировками; в процессе ответов допускаются ошибки по существу вопросов; способен решать задачу не в полном объеме.

«НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» (ниже 30 баллов) - студент не освоил обязательного минимума знаний предмета; не способен ответить на вопрос даже при дополнительных наводящих вопросах экзаменатора; не может решить задачу.

2 Семестр

Экзамен

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

2 СЕМЕСТР

1. Первообразная функция и неопределенный интеграл их определения и свойства. Таблица основных интегралов.
2. Интегрирование рациональных функций путем разложения их на сумму многочлена и простейших дробей четырех типов.
3. Определение интеграла Римана и интегрируемой функции. Теорема об ограниченности интегрируемой функции (необходимое условие интегрируемости).
4. Верхняя и нижняя суммы Дарбу и их свойства.
5. Необходимое и достаточное условие (критерий) интегрируемости ограниченной на отрезке функции.
6. Теорема об интегрируемости непрерывной на отрезке функции.
7. Теорема об интегрируемости монотонной на отрезке функции.
8. Свойства определенного интеграла, выражающие его линейность.
9. Свойства определенного интеграла, выражающие его аддитивность.
10. Свойства определенного интеграла, выражаемые неравенствами.
11. Теоремы о среднем для определенного интеграла.
12. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом.
13. Теорема о производной интеграла с переменным верхним пределом. Формула Ньютона - Лейбница.
14. Теорема о замене переменных и об интегрировании по частям в определенных интегралах. Примеры.
15. Длина дуги гладкой кривой и ее выражение в виде определенного интеграла.
16. Понятие площади плоской фигуры и квадратуемой фигуры. Теорема о квадратуемости криволинейной трапеции.
17. Определение несобственного интеграла первого и второго рода. Критерии Коши сходимости этих интегралов.
18. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов первого и второго рода. Признаки сравнения.
19. Определение многомерного координатного метрического пространства. Неравенство Коши - Буняковского и неравенство треугольника.
20. Предел последовательности точек многомерного метрического пространства. Эквивалентность сходимости по расстоянию и по координатной сходимости.
21. Теорема Больцано - Вейерштрасса.
22. Предел функций нескольких переменных. Их непрерывность в точке и на множестве. Теорема о непрерывности сложной функции.
23. Теоремы об ограниченности и о достижении своих точных граней функцией, непрерывной на замкнутом ограниченном множестве.
24. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции в многомерном случае.

25. Равномерная непрерывность функции нескольких переменных. Теорема Кантора.
26. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных. Необходимые условия дифференцируемости. Достаточные условия дифференцируемости.
27. Теорема о дифференцируемости сложной функции. Вычисление частных производных сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.
28. Геометрический смысл дифференциала функции двух переменных. Производная по направлению и градиент функции нескольких переменных. Их связь.
29. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о независимости смешанных частных производных от порядка дифференцирования.
30. Формула Тейлора для функций нескольких переменных с остаточными членами в форме Лагранжа и Пеано.
31. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия.
32. Экстремум функции нескольких переменных. Достаточные условия.
33. Теорема о существовании, единственности, непрерывности и дифференцируемости неявной функции, определяемой одним уравнением. Теорема о существовании, единственности, непрерывности и дифференцируемости неявных функций, определяемых системой уравнений.
34. Понятие зависимости системы функций. Теорема о необходимых условиях зависимости. Достаточные условия независимости.
35. Постановка задач на условный экстремум. Схема решения таких задач по методу неопределенных множителей Лагранжа. Пример.

В экзаменационный билет включаются 2-3 вопроса из вышеприведенного списка экзаменационных вопросов, например:

ПРИМЕРНЫЙ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ

1. Интегрирование рациональных функций с помощью разложения их на сумму многочлена и простейших дробей.
2. Предел последовательности точек многомерного метрического пространства. Эквивалентность сходимости по метрике и по координатной сходимости.
3. Постановка задач на условный экстремум. Схема решения таких задач по методу неопределенных множителей Лагранжа. Пример.

Методика оценки результатов сдачи экзамена

Максимальная сумма баллов за экзамен – 50.

«ОТЛИЧНО» (45-50 баллов) - студент владеет знаниями предмета в соответствии с рабочей программой, достаточно глубоко осмысливает дисциплину; самостоятельно, в логической последовательности и исчерпывающе отвечает на вопрос, четко формулирует ответ и решает задачу в полном объеме.

«ХОРОШО» (35-44 баллов) - студент владеет знаниями дисциплины почти в полном объеме программы (имеются пробелы знаний только в некоторых, особенно сложных разделах); самостоятельно и отчасти при наводящих вопросах дает полноценный ответ на вопрос; не допускает серьезных ошибок при решении задачи.

«УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» (30-34 баллов) - студент владеет основным объемом знаний по дисциплине; проявляет затруднения в самостоятельных ответах, оперирует неточными формулировками; в процессе ответов допускаются ошибки по существу вопросов; способен решать задачу не в полном объеме.

«НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО» (ниже 30 баллов) - студент не освоил обязательного минимума знаний предмета; не способен ответить на вопрос даже при дополнительных наводящих вопросах экзаменатора; не может решить задачу.